

Devoir à la maison n°1

✓ Exercice 1

On désigne par a un naturel non nul .

Montrer que le reste de la division euclidienne de $[a^2 + (a-1)^2]^2$ par $4a^2$ est $(2a-1)^2$.

Exercice 2

- ✓ 1. Classer par ordre croissant l'ensemble des diviseurs de 60 ;
- ✓ 2. En déduire les entiers naturels n tels que $n^2 - 60$ soit le carré d'un entier .

Exercice 3

Soit a un naturel non nul.

- ✓ 1. Montrer qu'il existe deux naturels b et c tels que:
$$\begin{cases} b+c=a^2 \\ b-c=a \end{cases}$$
- ✓ 2. Calculer en fonction de a : $b^2 - c^2$. En déduire que tout cube de naturel est différence de deux carrés de naturels.
- ✓ 3. Appliquer à 5^3 et 6^3 ;

Exercice 4

- ✓ 1. En remarquant que $999 = 37 \times 27$, montrer que : $10^{3n} \equiv 1 [37]$.
2. En déduire le reste dans la division euclidienne par 37 de : $10^{10} + 10^{20} + 10^{30}$.